Leibniz: *Sämtliche Schriften und Briefe*, **Reihe VII, Mathematische Schriften, Band 8: Varia mathematica, Nachträge 1672 bis 1676.**

Die folgenden Handschriften von Leibniz u. a. zu Varia mathematica, Nachträge 1672 – 1676 wurden von Siegmund Probst, Regina Stuber und Achim Trunk bearbeitet. Die Erfassung der Stücke hat Manuela Mirasch-Müller, teilweise nach Vorarbeiten von Susanne Bawah, Christopherus Ray'onaldo, Jule Schwarzkopf und Yixiao Wang durchgeführt. Der Satz ist mit Hilfe des von John Lavagnino (Massachusetts) und Dominik Wujastyk (London) entwickelten TEX-Macropakets EDMAC erstellt worden. Die Figuren wurden mit den Programmen WINGEOM und WINPLOT von Richard Parris (Phillips Exeter Academy, Exeter, NH) erstellt und in TEX weiter bearbeitet.

Inhaltsverzeichnis:

5. 11. 2019

5. 11. 2019

INHALTSVERZEICHNIS

5. 11. 2019

5. 11. 2019

VORWORT

5. 11. 2019

5. 11. 2019

Hier folgt das Vorwort …

5. 11. 2019

5. 11. 2019

EINLEITUNG

5. 11. 2019

Hier folgt die Einleitung …

5. 11. 2019

VARIA MATHEMATICA, NACHTRÄGE 1672–1676

5. 11. 2019

5. 11. 2019

1. OBSERVATIO DE LOGARITHMIS
[Mitte Februar 1673]

Überlieferung: *L* Notiz: LH 35 V 16 Bl. 4. 1 Streifen 19 × 1,5 cm. 2 Z. auf Bl. 4 r°. — Gedr.: III, 1 N. 4 S. 26 Erl.
Cc 2, Nr. 339

Datierungsgründe: Die Aufzeichnung dürfte kurz nach der in III, 1 N. 4 S. 22 f. erwähnten Unterhaltung mit J. Pell vom 12. Februar 1673 entstanden sein.

Bridgius in *Trigonometria Britannica*, ubi de Logarithmis, observavit, differentias sinuum numerorum imparium crescere, ut ipsos sinus; parium decrescere, puto. Dixit D$^{\text{nus}}$ Pellius.

8 Astronomia Britannica *L ändert Hrsg.*

---

8 observavit: Pell bezog sich vermutlich auf folgende Aussage in H. Briggs, *Trigonometria Britannica*, 1633, S. 36: „Sunt igitur Differentiae Secundae, Quartae, Sextae, Octavae etc. proportionales ipsis Sinubus datis. Et Differentiae Primae, Tertiae, Quintae, Septimae proportionales inter se et Sinubus complementorum Arcuum mediorum.“

2. RÈGLE POUR TROUVER LES FERIES
[Oktober – Dezember 1675]

Überlieferung: *L* Notiz: LH 35 XII 1 Bl. 182–183. 2 Bl. 8°, die ursprüngl. 1 Bl. 4° bildeten. 1 S. auf Bl. 182, 2 S. auf Bl. 183.
Cc 2, Nr. 1502 B, A

Datierungsgründe: Vgl. die Datierungsgründe zu VII, 3 N. 49. — Eine Datierung auf das Jahr 1675 wird durch den Umstand nahegelegt, dass Leibniz, als er sich mit dem Beispiel 1. Mai 1615 befasst, zunächst versehentlich 1675 schreibt; möglicherweise ist dies also die aktuelle Jahreszahl. Einen konkreten *terminus ante quem* liefert das Stück, indem es den 1. Januar 1676 in der Zukunftsform behandelt. Auch der 15. August 1676 wird in der Zukunftsform behandelt, in einer verworfenen Variante allerdings in der Vergangenheitsform. — Das Wasserzeichen des Papiers ist bislang nur von zwei anderen Trägern bekannt. Auf diesen finden sich VII, 3 N. 49_1, eine gemeinsame Gesprächsaufzeichnung von Leibniz und Tschirnhaus, und VII, 3 N. 49_2, eine Aufzeichnung von Tschirnhaus. Möglicherweise stammt die bei Leibniz seltene Papiersorte also aus Tschirnhausens Besitz. Da Tschirnhaus erst Ende September 1675 in Paris ankommt, können die erwähnten beiden Teilstücke nicht früher entstanden sein. Falls das Papier tatsächlich aus Tschirnhausens Besitz stammt, gilt dies auch für unser Stück, falls nicht, legt die Übereinstimmung der Wasserzeichen zumindest eine Entstehung in derselben Zeit nahe.

[*Erster Ansatz*]

Le cycle solaire peut servir à obtenir la lettre dominicale, et à connoistre ainsi le jour de la semaine qui sera par exemple le premier de mars, ou quelque autre d'un mois donné. Mais on peut l'obtenir plus aisément par la voye suivante: Au nombre 2 soit adjouté le nombre de l'année proposée de l'Epoque vulgaire, et encor le quart du dit nombre de la dite année proposée; negligeant le residu. Divisez la somme de ces trois nombres, $2+b+\dfrac{b}{4}$

19 obtenir *erg. L* 22 proposée *erg. L*

19 cycle solaire: Die Nummer eines Jahres im 28-jährigen Sonnenzirkel setzt Leibniz offenbar als bekannt voraus, sie kann aber auch mühelos berechnet werden (sie entspricht dem Rest, der bei Division der um 9 vergrößerten Jahreszahl durch 28 bleibt). Der dieser Zahl des Sonnenzirkels zugeordnete Sonntagsbuchstabe und der sich aus diesem ergebende Wochentag eines gesuchten Datums lassen sich dann geeigneten Tabellen entnehmen.

par 7, et le residu sera le nombre du jour de la semaine au quel se rencontre le premier de mars, contant le dimanche pour le premier jour de la semaine, lundi pour le second, etc. Quand il ne restera 0 le premier de Mars sera un samedy.

Si l'on demande la même chose de quelque année avant la naissance de nostre seigneur; alors il faut se servir de la regle suivante.

[*Zweiter Ansatz*]

Regle pour trouver les feries ou le jour de la semaine au quel se rencontre un certain jour du mois donné dans l'année donnée

Adjoutons ensemble,

le nombre de l'année donnée	1676	
son quart (negligeant le residu s'il y en a)	419	
et le nombre constant	2	si c'est un bissexte ou 3 si c'est un autre
La Somme	2097	
divisée par 7 laissera	4	

Dimanche	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	
1	2	3	4	5	6	0	Nombres des feries

Donc le premier janvier de l'an 1676 sera un Mercredi.

Maintenant s'il s'agit de trouver la ferie du 15 d'Aoust de l'an 1676, on n'a qu'à prendre le nombre des jours qui sont depuis le 1. janvier inclusivement jusqu'au 15

3 *Über die* 0 *gesetzt:* rien

7 les feries ou *erg. L* 8 f. donnée *(1)* Par exemple le 15 d'Aoust de l'année 1676 estoit un samedi, tachons de le trouuer par nostre regle, qvi est telle: au nombre 2 *(a)* (si c'est un bissexte) *(b)* ou *(2)* Adjoutons *L* 12 constant 2 *(1)* ou 3. au lieux de 2. si l'an est un bissexte. *(2)* si *L* 18 trouuer *(1)* le 15 d'A *(2)* la ferie *L* 19 janvier *(1)* exclusivement jusqv'au 15 d'Aoust *(2)* inclusivement *L*

1 f. premier de mars: Die im ersten Ansatz festgehaltene Regel zur Bestimmung des Wochentages des 1. März eines beliebigen Jahres ist für den julianischen Kalender gültig, jedoch nicht für den in Paris geltenden gregorianischen. 5 regle suivante: Anstatt eine solche Regel zur Bestimmung des Wochentags von Daten, die vor Beginn der christlichen Zeitrechnung liegen, auszuführen, schneidet Leibniz das Blatt unterhalb der letzten Zeile des ersten Ansatzes durch und notiert den zweiten und dritten auf Vorder- und Rückseite des verbleibenden Papierstückes. 18 15 d'Aoust: Bereits G. SCHOTT, *Organum mathematicum*, 1648, *regula* XI, S. 412–415, dient ein 15. August (der des Jahres 1665) als Beispiel für seine Regel zur Berechnung des Wochentages.

d'Aoust exclusivement sçavoir 227, et y adjouter 4, nombre de la ferie du premier janvier, et il proviendra 231, le quel divisé par 7 laisse 0, donc le 15 d'Aoust 1676 est un Samedi.

La regle se proposera plustost ainsi. Il faut adjouter ensemble le nombre 1676, son

---

1 *Hilfsaufstellung zu den beiden Beispielen:*

Janvier	31•	31	31
Fevrier	28 ou 29	29	28
Mars	31•	31	31
Avril	30	30	30
May	31•	31	120
Juin	31•	31	
Juill.	30	30	
Aoust	31•	14	
Sept.	30	227	
Oct.	31•		
Nov.	30		
Dec.	31•		

2 *Nebenrechnungen zum Beispiel 15. August 1676:*

1676
419
227
2
2324

$\cancel{2}\cancel{1}$
$\cancel{2}\cancel{3}\cancel{2}\cancel{4}$ ⨍ 332, reste, 0. Nombre de la ferie du Samedy.
$\cancel{7}\cancel{7}\cancel{7}$

1 227. *(1)* et les diviser par 7 le residu *(a)* 7 *(b)* 3 adjouté à 4 *(2)* et y adjouter *L*

---

11 Juin: Leibniz verwechselt die Länge der Monate Juni und Juli, was sich auf die Berechnung aber nicht auswirkt. 3 regle: Diese Regel ist, da sie ausfallende Schaltjahre wie 1700 unberücksichtigt lässt, nicht auf den gesamten gregorianischen Kalender seit seiner Einführung 1582 anwendbar, sondern gilt so nur für das 16. und 17. Jahrhundert. Ab 1701 müsste sie angepasst werden, indem man vor der Division durch 7 die Anzahl der ausfallenden Schalttage subtrahiert.

quart 419, negligeant le residu, le nombre des jours de l'année qui precedent celuy dont on cherche la ferie; et enfin le nombre constant 2 si c'est un bissexte, ou 3 si c'est une autre année; le residu de la somme divisée par 7 donnera le nombre de la ferie du jour qu'on cherche.

[*Dritter Ansatz*]

„Regle pour trouver la ferie ou jour de la semaine au quel se rencontre un certain „jour du mois donné dans l'année donnée de la periode julienne.

Au nombre de l'année julienne adjoutez sa quatrieme partie, ou si le residu passe l'unité, le nombre entier prochainement plus grand, negligeant tousjours la fraction. La

---

4 *Berechnung eines weiteren Beispiels für die Regel aus dem zweiten Ansatz:*

1 Maii 1615. Lundi.

$$\begin{array}{r}1615\\403\\1\\\underline{120}\\2139\end{array}\qquad\qquad \begin{array}{l}\quad\;\; 6\\ \cancel{2}\cancel{1}\cancel{4}\cancel{1}\ ƒ\ 305\\ \;\cancel{7}\cancel{7}\cancel{7}\end{array}\qquad\qquad \begin{array}{l}\quad\;\; 4\\ \cancel{2}\cancel{1}\cancel{3}\cancel{9}\ ƒ\ 305\\ \;\cancel{7}\cancel{7}\cancel{7}\end{array}$$

10 1 Maii *(1)* 1675 *(2)* 1615 *L*   **11–15** *(1)* 1615 / 403 / 3 / 120 / 2141 *(2)* 1615 / 403 / 1 / 120 / 2139 *L*

---

10 1 Maii 1615: Dass der 1. Mai 1615 ein Montag gewesen sei, führt S. MORLAND, *Arithmetick Instruments*, 1673 [Marg.], Abschnitt *An Explanation of the Perpetual Almanack*, auf S. 3 als Beispiel zur Benutzung seines Ewigen Kalenders an. Leibniz prüft an diesem Beispiel die im zweiten Ansatz stipulierte Regel: Er addiert die Zahl 3 für Gemeinjahre und führt die Division durch 7 schriftlich aus (Mitte). Da das Ergebnis den Rest 6 aufweist und somit nicht wie von ihm erwartet ausfällt, ändert er den zu addierenden Wert, indem er statt einen Tag mehr als 2 einen weniger addiert. Die korrigierte Summe dividiert er erneut schriftlich (rechts). Doch auch diese Division liefert nicht das gewünschte Ergebnis. Tatsächlich ist das erste Ergebnis richtig: Der Rest 6 besagt, dass es sich beim 1. Mai 1615 des gregorianischen Kalenders um einen Freitag handelte. Dementsprechend war der 1. Mai 1615 des julianischen Kalenders — und eben diesen berechnet der Engländer Morland — ein Montag. 8 l'année julienne: Gemeint ist die Jahreszahl nach der von J. J. SCALIGER, *De emendatione temporum*, 1583, S. 198 eingeführten Zeitrechnung. Ihre Epoche ist Montag, der 1. Januar 4713 v. Chr., gerechnet nach dem julianischen Kalender.

somme augmentée de 5, soit divisée par 7; et ce qui restera sera le nombre de la ferie du premier janvier nouveau style de l'année proposée. Lequel estant connu, il est aisé d'avoir la ferie de tel autre jour que l'on voudra, en adjoutant au nombre de la ferie du premier de janvier le nombre de tous les jours de cette année qui precedent le jour proposé. Cette somme divisée par 7 laissera la ferie demandée. Il est aisé de sçavoir le nombre de tous les jours precedans, parce qu'on sçait le nombre des jours de chaque mois qui est tousjours le même excepté que le fevrier au lieu de 28 en a 29, l'an estant bissexte. Or le bissexte de la Periode Julienne se reconnoist, lors qu'en divisant son nombre par 4, il reste 1.

Exemple

1676 est de la periode julienne	6389	$\cancel{3}4$
son quart (negligeant la fraction)	1597	$\cancel{7}\cancel{9}\cancel{9}\cancel{1}$ $\cancel{(}$ 1141. Reste 4.
Nombre constant	5	$\cancel{7}\cancel{7}\cancel{7}\cancel{7}$
	7991	

Donc le premier janvier de cette année est la quatrieme ferie ou un mercredi.

Si vous voulez la ferie du 15 d'Aoust de la meme année, adjoutez à 4 le nombre 227 qui est celuy des jours de cette année bissextile qui precedent le 15 d'Aoust, et la somme 231 divisée par 7 laisse [0] donc le 15 d'Aoust est la septieme ferie ou un samedi.

2 nouveau style: Die im dritten Ansatz vorgestellte Regel ist nicht ganz korrekt; sie erzeugt die Wochentagssprünge jeweils um zwei Jahre versetzt. So ergibt bereits ihre Anwendung auf den Neujahrstag des folgenden Jahres 1677 unzutreffenderweise, dieser sei ein Donnerstag gewesen; tatsächlich handelte es sich um einen Freitag. Die Regel ließe sich ohne weiteres ertüchtigen — etwa, indem man die Julianische Jahreszahl vor der Addition ihres Viertels um 2 erhöht und nach dieser Addition den ganzzahligen Anteil dann nur noch um 3 vergrößert. Doch auch eine in dieser Form verbesserte Regel wäre, so wie die aus dem zweiten Ansatz, nur bis 1700 gültig.

3. DATUM ET DETERMINATUM
[Erste Hälfte 1676 oder 1678 – 1679 (?)]

Bei den Stücken N. 3_1 und N. 3_2 handelt es sich um Notizen zu den Begriffen *datum* und *determinatum*. Auf dem Träger von N. 3_1 sind auf Bl. 73 v° Namen von französischen Diplomaten notiert. Am 7. November 1672 schreibt Johann Christian von Boineburg an Leibniz, dass er seinen Sohn mit Jean-Antoine d'Avaux, dem *président à mortier*, und mit Honoré Courtin bekannt machen solle (I, 1 N. 194, S. 284). Am 31. März 1673 schreibt Leibniz an Melchior Friedrich von Schönborn, dass er von der Entsendung von Honoré Courtin und Jean-Paul de Barillon, der ihm unbekannt sei, als französische Gesandte zum Kölner Friedenskongress erfahren habe (I, 1 N. 225, S. 330). Nach der Verhaftung von Wilhelm Egon von Fürstenberg verließ die französische Delegation Köln am 16. April 1674 zunächst Richtung Maastricht. Leibniz war spätestens ab Oktober 1674 aufgrund seiner juristischen Beratung für die Familie Fürstenberg in die Causa Fürstenberg involviert (vgl. seine Denkschrift zur Befreiung von Wilhelm Egon von Fürstenberg, I, 1 N. 318, S. 469–473). Für den in Nimwegen ab Ende 1676 stattfindenden Friedenskongress wurde von Ludwig XIV. bereits Ende November 1675 als Mitglied der französischen Gesandtschaft Jean-Antoine d'Avaux bestimmt. Es handelt sich hierbei um den Sohn des am 23. August 1673 verstorbenen *président à mortier*, er war zuvor von Mai 1672 bis November 1674 in Venedig und im Dezember 1675 als Gesandter in Brandenburg tätig. Dass Leibniz Kenntnis von der bereits erfolgten Abreise der französischen Delegation Richtung Nimwegen hatte — Leibniz nennt keine Namen —, belegt sein Brief an Melchior Friedrich von Schönborn von Anfang Januar 1676 (I, 1 N. 266, S. 397). Für die beiden Diplomaten Courtin und Barillon lässt sich erst ab Mai 1676 bzw. ab September 1677 wieder eine offizielle Akkreditierung nachweisen: jeweils für die französische Gesandtschaft in London. Die auf Bl. 73 r° festgehaltene Notiz stimmt inhaltlich überein mit einer Aussage in der von den Herausgebern auf Sommer 1678 bis Anfang 1679 datierten Studie VI, 4 N. 25 (S. 74 Z. 9 f.). N. 3 dürfte vorher verfasst sein. Die Nennung der drei französischen Diplomaten weist auf das erste Halbjahr 1676 hin, eine spätere Entstehung ist aber nicht ausgeschlossen. — N. 3_2 dürfte zur selben Zeit entstanden sein.

3_1. DATUM EST DETERMINATUM COGNITUM

Überlieferung: *L* Notiz: LH 35 I 9 Bl. 73. Zettel 6,35 × 3,4 cm. 5 Z. auf Bl. 73 r°. Auf Bl. 73 v° Cc 2, Nr. 449: Messieurs d'Avaux[,] Courtin, Barillon. — Gedr.: COUTURAT, *Opusc. et fragm.*, 1903, S. 545.
Cc 2, Nr. 448

Datum est determinatum cognitum. Ex data diametro circuli datur area quadrati inscripti, sed determinatur area circuli.

3_2. DETERMINATUM IDEM QUOD DABILE

Überlieferung: *L* Notiz: LH 4 V 10 Bl. 56 r° (v° leer). Zettel, rechte untere Ecke abgeschnitten, ca 4,4 × 8,5 cm. — Gedr.: COUTURAT, *Opusc. et fragm.*, 1903, S. 147.
Cc 2, Nr. 00

Determinatum idem quod dabile. Ita arcus aliquis positione datus est magnitudine determinatus seu dabilis. Etsi magnitudo ejus non sit cognita.

4. EXPRESSIO UNIUS LITERAE PER MULTAS

4. September 1674

Überlieferung: *L* Konzept: LH 35 XII 1 Bl. 230. Ein beschnittenes Blatt ca 13,3 × 17,8 cm. 2 S. Bl. 230 bildete ursprünglich mit LH 35 XII 1 Bl. 14 (= VI, 3 N. 44) ein vollständiges Bl. 2°. — Gedr.: *LKK* 2, 1976, S. 4 f.
Cc 2, Nr. 740

Expressio unius literae per multas

4 Sept. 1674

Saepe magnitudinem cognitam incognitamve utile est exprimere certo quodam modo, per multas alias in ejus compositionem ingredientes; quod tum ad numeros, tum ad constructiones Geometricas inventorum jam valorum, et ad incognitas quorum valores non dantur, utiliores prae caeteris eligendas utile est. Omnis autem varietas oriri potest, ex combinatione literarum propositarum, inter se et cum forinsecus assumtis.

Exempli causa, datae sunt literae tres a. b. y. Et quaestio est de exprimenda aliqua magnitudine, cujus explicatio in nostro est arbitrio; tunc fateor infinitae sunt varietates, sed tamen re intra certos limites comprehensa varietates illae sunt numerabiles. V. g. a. b. y. ab. ay. by. aby. Singulae harum duci possunt in aliam quandam arbitrariam; nec refert multiplicando an dividendo. Sed postea ad arbitrarias accedentes veniemus. Nunc datis literis inhaereamus: Assurgant omnes ad quadratum: $a^2 + b^2 + y^2$. Hae inter se, et cum prioribus combinationibus jungi possunt. Et ita si ad altiora ascendatur. Hactenus incognita non nisi multiplicando dividendoque ex propositis literis formata est.

Jam jungi possunt inter se, et multiplicationes divisionibus misceri. Possunt jam de foris numeri literaeque accedere. Sed una litera numeros quoslibet comprehendet. Novae literae additio totidem producet varietates, quot sunt si plures essent ab initio propositae. Sufficeret ergo Tabulas texi, pro combinationibus possibilibus literarum, duarum: trium, quatuor. Et cuilibet combinationi resolutionem cujus est capax, pro varia literarum explicatione. Sed cum ista sint pene infinita, Methodi quaerendae sunt quibus ex

18 refert | addendo *ändert Hrsg.* | an *L* 20 possunt. *(1)* Primum inter se *(a)* addere *(b)* m *(2)* Hactenus omni *(3)* Et *L* 21 dividendoqve *(1)* ex datis *(2)* ex *L* 22 misceri. *(1)* Deniqve prae *(2)* Hactenus repetitiones praescidimus *(3)* possunt *L*

tot combinationibus utiles ab initio eligantur.

Breviter Tabulae analyticae formandae essent procedentes ordine per omnes formulas, non considerando literarum qualitatem sed numerum, v. g. $\dfrac{a^2 - y^2}{a + y}$. Jam y. potest significare $2a$.

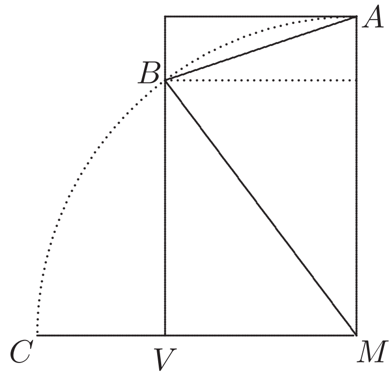
Ita inchoandum esset: a. ab. abc. $abcd$. $\dfrac{a}{e}$ $\dfrac{ab}{e}$ etc. $\dfrac{a}{ef}$ $\dfrac{ab}{ef}$ etc. Terminus, ut in numeratore pariter ac nominatore non sint ultra quatuor literae. Jam conjungantur inter se, ea lege, ne maximus numerus Terminorum nominatoris et terminorum denominatoris excedat 10. Ecce basin, jam in qualibet basi literis licet tribuere diversos valores; v. g. ab. licet annotare, si b. intelligatur a, fieri inde formulam a^2 cujus radix a. Nec obliviscendae forte formulae in quibus ipse nominator vel numerator rursus continent fractiones. Sed quoniam istorum spes nulla, nec forte operae pretium est, superest formulas illustriores hac methodo disponi, ut si qua theoremata nova reperiantur, inseri possint suo loco.

5 $\dfrac{\mathrm{ab}}{\mathrm{ef}}$ etc. *(1)* Summus *(2)* Terminus *L*   7 maximus *(1)* literarum *(2)* numerus *L*   9 licet *(1)* facere b. *(2)* annotare, *(a)* aliqvando b esse, *(b)* si b. intelligatur | a^2 *ändert Hrsg.* |, fieri *L*   10 nominator *(1)* ac numerator compositi sunt *(2)* vel *L*   12 qva *(1)* denuo *(2)* theoremata *L*

5. DE CHARACTERUM IMPERFECTIONE
[September – Oktober 1674]

Überlieferung: *L* Konzept: LH 35 XIII 1 Bl. 122–123. 1 Bog. 4°. 7 Z. auf Bl. 123 r°. — Auf dem Rest des Bogens VII, 5 N. 10 u. VII, 6 N. 5.
Cc 2, Nr. 843

Datierungsgründe: Das Wasserzeichen des Papiers ist für Anfang September bis November 1674 belegt. N. 5 dürfte im selben Zeitraum entstanden sein wie VII, 5 N. 10 u. VII, 6 N. 5.



[*Fig. 1*]

Si a sectore *AMBA*, auferas Triangulum *AMB*, restat segmentum *ABA*. Id sane patet ex figura inspecta, sed non paret ex ipsis literis sive characteribus, unde patet eos esse imperfectos aliosque inveniendos. Eodem modo si a sectore duplicato auferas Rectangulum *VMA*, restabit segmentum duplicatum, necesse esset ista ex characteribus posse detegi, ne inspecta quidem figura.

6. FRACTIONES SEXAGENARIAE
[Mitte 1674 – Ende 1676]

Überlieferung: *L* Notiz: LH 35 III A 26 Bl. 17. Unregelmässig zugeschnittenes Fragment, ca 10 cm × 9 cm. Text auf Bl. 17 r°, rückseitig 1 Z. mit dem Titel.
Cc 2, Nr. 00

Datierungsgründe: Leibniz beschäftigt sich in der vorliegenden Notiz mit den rechnerischen Grundlagen des Sexagesimalsystems. Auch in N. 9, welches aufgrund der in ihm verwendeten Symbole und seines Wasserzeichens auf Mitte 1674 bis Ende 1676 zu datieren ist, befasst er sich mit diesen; eine zeitliche Nähe der Entstehung kann angenommen werden. Die Gegenstücke zu den unregelmäßigen Schnittkanten des Trägers sind bislang noch nicht gefunden worden; eine automatisierte Suche im Rahmen des Projektes zur digitalen Rekonstruktion von Textzusammenhängen bei Leibniz wäre hier unter Umständen vielversprechend.

F r a c t i o n e s s e x a g e n a r i a e

$$\frac{13}{60} + \frac{24}{60^2} + \frac{15}{60^3}$$

$$\begin{array}{cc} 13 & 24 \\ 36 & 6 \end{array}$$

Pour reduire les primes et secondes aux troisiesmes, c'e[s]t àdire pour reduire les fractions sexagenaires à un meme denominateur, il faut multiplier les primes par 36, les secondes par 6, les 3^{mes} par 1. Multiplier par 36[,] c'est multiplier par $40 - 4$, multiplier par 6, c'est multiplier par $4 + \frac{4}{2}$. *Ergo primae multiplicentur per* 4[,] *producto adjiciatur* 0, *et inde detrahatur ipsum productum*, *secundae multiplicentur per* 4, *producto addatur ipsius dimidium*, *sed brevius sufficit secundas multiplicari per* 6.

---

20 f. *Nebenrechnung:*
$$\begin{array}{r} 13 \\ \underline{40} \\ 520 \\ \underline{52} \\ 46800 \end{array}$$

13 F r a c t i o n e s s e x a g e n a r i a e *erg. L auf Bl. 17 v°*   21 f. *Nebenrechnung:* $\begin{array}{r} 24 \\ \underline{4} \\ 96 \\ \underline{48} \\ 4 \end{array}$ *gestr. L*

7. GENERATIO CIRCULI
[November 1675 – Januar 1676]

Überlieferung: *L* Notiz: LH 4 IV 13c Bl. 33. 1 Streifen ca 20 × 5 cm. 3 Z. unten auf Bl. 33 r°. Darüber die Aufzeichnung VI, 3 N. 29_1. Der Streifen hing ursprünglich zusammen mit LH 35 X 8 Bl. 1 (= VII, 5 N. 57).
Cc 2, Nr. 1405 tlw.

Datierungsgründe: Die Aufzeichnung dürfte kurz nach dem von den Herausgebern auf November 1675 – Januar 1676 datierten VII, 5 N. 57 entstanden sein.

Videtur simplicius intelligi generatio circuli quam rectae. Sit figura quaedam certo sui puncto manens in certo loco, eo modo mutans locum, ut sibi semper ipsi similis appareat respectu eorundem extra ipsum, certum aliquod punctum in ea sumtum describet arcum circuli. Imo ∽. Opus ut sit plana figura. ∽.

9 Sit *(1)* Linea rigida qvaecunqve *(2)* qv *(3)* figura *L* 11 respectu ... ipsum *erg. L* 12 sit *(1)* planum *(2)* plana *L*

8. CYLINDER SINUUM EX APPLICATIS PARABOLICIS
[Sommer 1673]

Überlieferung: L Notiz: LH 42 V Bl. 7. Ca $\frac{2}{3}$ eines Bl. 2°, von dem die linke untere Ecke abgeschnitten und die rechte untere Ecke ausgerissen sind. 9 Z. auf Bl. 7 r°. Darunter eine Aufzeichnung zur Rechenmaschine (Druck in Reihe VIII vorgesehen). Bl. 7 v° leer.
Cc 2, Nr. 00

Datierungsgründe: Das Wasserzeichen des Papiers ist für Ende 1672 bis Herbst 1673 nachgewiesen. Die inhaltlichen Bezüge zu VII, 4 N. 26 u. VII, 4 N. 31 deuten auf eine Entstehung im Sommer 1673 hin.

$\sqrt{ax} \frown \sqrt{ax}$ vel $\sqrt{ax} \frown \sqrt{a^2 - ax} = \sqrt{a^3x - a^2x^2}$, $\smile a = \sqrt{ax - x^2}$. Sinus.

$\quad\ \wedge \qquad \wedge$

$\quad\ x \qquad a - x$

Ergo parabolicae applicatae in se inverse ductae cylindro sinuum aequantur.

$a^2 -,\ a - x\ \square.$ fiet$a^2 - a^2 - x^2\ -2ax.$

$\quad a^2 + x^2 - 2ax$

$\sqrt{\frac{\beta a}{\gamma}x} = \sqrt{\frac{\beta^2 a^2}{\gamma^2} - \frac{\beta a x}{\gamma}}_{[,]} \frown [\sqrt{}]ax = \sqrt{\frac{\beta^2 a^3 x}{\gamma^2} - \frac{\beta a^2 x^2}{\gamma}}$. Divisum per a dat

$\qquad\quad \wedge$

$\frac{\beta a}{\gamma} - x$

$\sqrt{\frac{\beta^2 a}{\gamma^2}} - \frac{\beta}{\gamma}x^2 = z$ applicata Ellipseos quia $z^2 = \frac{\beta^2 a}{\gamma^2} - \frac{\beta x^2}{\gamma}$. Ergo $\frac{\beta z^2}{\gamma} = v^2 = \frac{\beta a}{\gamma} - x^2$.

---

9 $\smile a$: Leibniz rechnet hier und in der Folge fortlaufend. 11 Ergo ... aequantur: Vgl. VII, 4 N. 26 prop. 2 S. 426 sowie VII, 4 N. 31 S. 550. 12 $-2ax$: Richtig wäre $+2ax$. 16 $\sqrt{\frac{\beta^2 a}{\gamma^2}}$: Richtig wäre $\sqrt{\frac{\beta^2 ax}{\gamma^2}}$. Leibniz rechnet konsequent weiter und setzt dann irrtümlich eine Gleichung für $\frac{\beta z^2}{\gamma}$ statt für $\frac{\gamma z^2}{\beta}$ an. Die Versehen beeinträchtigen die Rechnungen, jedoch nicht die allgemeine Aussage.

9. DE MODIS EXPRIMENDI SERIES
[Herbst 1672 – Anfang 1673]

Überlieferung: *L* Notiz: LH 35 V 3 Bl 8. 1 Zettel ca. 19,3 × 5,8 cm. 1 S.
Cc 2, Nr. 00

Datierungsgründe: Zum „fundamentum" einer Folge vgl. VII, 3 N. 1, 4, 6, 8.

De modis exprimendi series, seu de earum regulis fundamentalibus

Progressiones aliae sunt fundamenti simplicis, aliae fundamenti compositi, fundamentum simplex est: cum dato termino uno, inveniri potest sequens, fundamentum compositum est, cum opus est pluribus terminis antecedentibus ad inveniendum sequentem; et prout multis terminis opus est, fundamentum est compositum primi, secundi[,] tertii gradus. Fundamentum maxime compositum est, cum opus est omnibus terminis praecedentibus cognitis, ad inveniendum sequentem.

9 inveniri *(1)* possunt seqventes *(2)* potest *L*

10. EXEMPLA AEQUATIONIS QUADRATICAE ET BIQUADRATICAE [10.–11. Oktober 1675]

Überlieferung: *L* Konzept: LH 35 XIII 1 Bl. 408–409. Rest eines Bog. 2°: Von Bl. 408 fehlt oben ein Ausschnitt von ca 20 × 18,5 cm, im unteren Drittel ein Streifen von ca 17,5 × 1,5 cm; von Bl. 409 fehlt unten ein Streifen von ca 19,5 × 4 cm. 9 Z. gegenläufig auf Bl. 408 v°. Die ersten 8 Zeilen sind vom Schluss des Textes von VII, 7 N. 55 überschrieben, die Zahlenbeispiele am Ende von Z. 20 stehen unterhalb des herausgeschnittenen Streifens. — Auf dem Rest des Trägers N. 11 sowie VII, 5 N. 33; VII, 6 N. 10; VII, 7 N. 55.
Cc 2, Nr. 00

Datierungsgründe: Bei dem vorliegenden Stück handelt es sich um Notizen, die Leibniz vor N. 11 und vor VII, 7 N. 55 verfasste. Sie sind dem Duktus nach vermutlich zusammen mit den Aufzeichnungen von VII, 6 N. 10 entstanden, die wahrscheinlich nach VII, 5 N. 32 vom 10. Oktober 1675 und vor dem auf den 11. Oktober 1675 datierten VII, 5 N. 33 verfasst sind.

$$x^4 \boxed{+px^3} + qx^2 + rx + s \sqcap 0.$$

$$\begin{array}{llll}
x - 3 \sqcap 0 & x - 3 \sqcap 0 & x + 4 & \\
\underline{x + 4 \sqcap 0} & \underline{x + 4 \qquad\quad} & x + 4 \sqcap 0 & \\
 & x^2 - 3x & \quad x \sqcap -4 & \\
x + b & \underline{\quad +4x - 12} & & \\
\underline{x + c \qquad} & \underline{x^2 + 1x - 12 \sqcap 0} & x^2 + 1x \sqcap 12 & \\
x^2 + bx & \langle 9 \rangle + 3 - 12 \sqcap 0 & \dfrac{x+1}{\langle 1 \rangle} \sqcap \dfrac{12}{x} & \dfrac{-4+1 \sqcap -3}{1} \sqcap \dfrac{12}{-4} \qquad \dfrac{3+1}{1} \sqcap \dfrac{12}{3} \\
\quad + c_{\bullet} \;\; + bc & & &
\end{array}$$

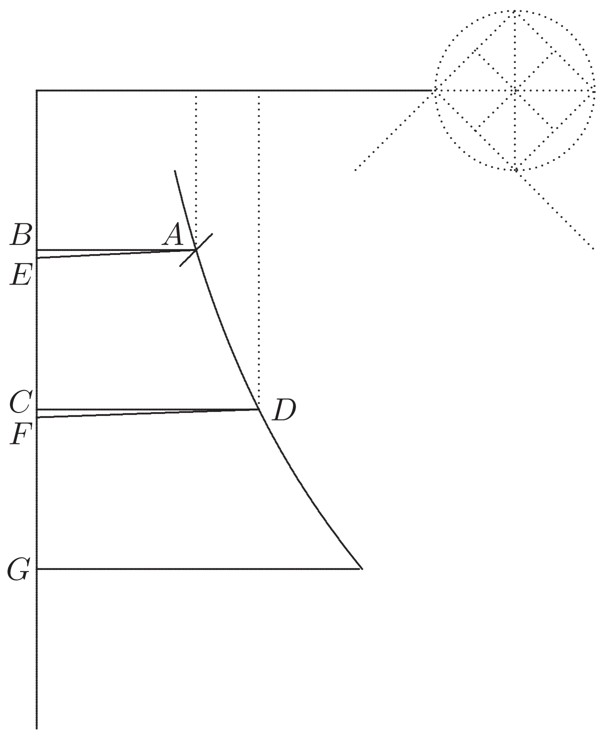
---

14 *Darüber:* $p \sqcap s \sqcap -10$

11. INSTRUMENTUM AD CONSTRUCTIONEM AEQUATIONUM
[Mitte bis Ende Oktober 1675]

Überlieferung: *L* Konzept: LH 35 XIII 1 Bl. 408–409. Rest eines Bog. 2°: Von Bl. 408 fehlt oben ein Ausschnitt von ca 20 × 18,5 cm, im unteren Drittel ein Streifen von ca 17,5 × 1,5 cm; von Bl. 409 fehlt unten ein Streifen von ca 19,5 × 4 cm. 7 Z. auf Bl. 408 r°. — Auf dem Rest des Trägers die Aufzeichnung zur Gleichungslösung N. 10 sowie VII, 5 N. 33; VII, 6 N. 10; VII, 7 N. 55.
Cc 2, Nr. 1069

Datierungsgründe: Bei dem vorliegenden Stück handelt es sich um Notizen, die Leibniz nach den in N. 10 und in VII, 6 N. 10 gedruckten Aufzeichnungen und vermutlich kurz nach der auf den 11. Oktober 1675 datierten Studie VII, 5 N. 33 verfasste. Sie ist vor VII, 7 N. 55 geschrieben.



[*Fig. 1*]

12 *Über der Figur:* $x^3 - px^2 \sqcap qx + r$

Ope catenularum delicatarum, et lineae logarithmicae in materia solida descriptae in qua assurgere aliquid ac descendere possit, possunt construi omnes aequationes, catenulae ibunt $BAECDFG$. Sed pro exactioribus operationibus adhibendae essent regulae. Credo tamen catenulas bene elaboratas satis aptas tolerabilibus operationibus, imo in magno instrumento etiam exactis.

Forte hoc instrumento solvi poterunt etiam aequationes plurium incognitarum, ut: $x^2 + y^2 \sqcap c_{[,]} + cy + bx^2 + dx \sqcap e$. ♄.

7 $\sqcap$ e. *(1)* $x^2 - c$ *(2)* $x \sqcap \frac{c - y^2}{x}$. et $x \sqcap \frac{e - cy}{bx + d}$ *(3)* ♄ *L*

12. DE CONOEIDIBUS
[1673?]

Überlieferung: *L* Konzept: LH 35 VII 1 Bl. 80. 1 Bl. 8°. 1 S.
Cc 2, Nr. 00

Datierungsgründe: [noch]

Trouver une ligne, *surface plane, courbe, solide homogene, à une ligne*[,] *surface, solide. Par exemple les Elemens du Conoeide Parabolique sont en raison des appliquées du Triangle*. Eodem modo inveniri potest solidum, cujus Elementa seu plana secundum axem sint in ratione applicatarum hyperbolae, seu in ratione altitudinum reciproca. Hoc erit Conoeides Hyperboloeidicum generatum esse rotatione circa suum axem figurae, cujus applicatae sunt in ratione altitudinum reciproca subduplicata, nam harum applicatarum quadrata, erunt in ratione altitudinum reciproca. Ergo et circuli applicatarum rotatione facti. Habemusque sic Methodum generalem solvendi hoc problema: Datae figurae planae conoeides proportionale exhibere. Nimirum Figura plana cujus Elementa sint in subduplicata ratione figurae planae datae, rotetur circa suum axem; et Conoeides productum erit figurae planae datae proportionale. Hinc habemus Methodum datae cuilibet figurae planae exhibendi solidum proportionalem. Superficiem autem conoeidicam datae figurae proportionalem exhibemus ipsius figurae datae descripto Conoeide. Itaque etiam cuilibet figurae planae superficiem curvam proportionalem exhibere possumus. Lineae etiam cuilibet proportionalem figuram curvam exhiberi posse constat. Hoc autem conoides secando aliter habebuntur aliae series quae ad priorem reducentur.

6 Trouuer *(1)* un solide homogene à un plan. *(2)* | une *erg. Hrsg.* | ligne *L* 7 sunt *L ändert Hrsg.*

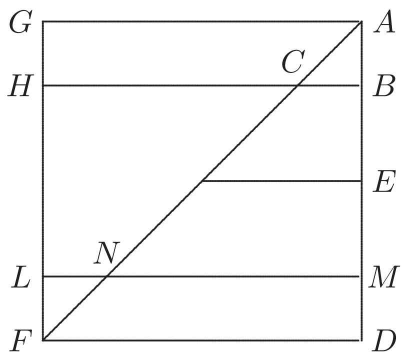
---

18 exhibemus: Die Mantelfläche des Konoids ist nicht proportional zur Fläche unter der erzeugenden Kurve. Damit ist auch die Folgerung unbegründet.

13. QUADRATURA PER FIGURAE COMPLEMENTUM
[Herbst 1675?]

Überlieferung: *L* Konzept: LH 35 VII 1 Bl. 25. 1 Zettel von max. $19,4 \times 4,3$ cm. 10 Z. auf Bl. 25 r°. Am unteren Rand Gleichung mit binomischer Formel ohne Bezug zum Text: $y^3 \sqcap x^3 + a^3 + 3a^2x + 3ax^2$.
Cc 2, Nr. 00

Datierungsgründe:



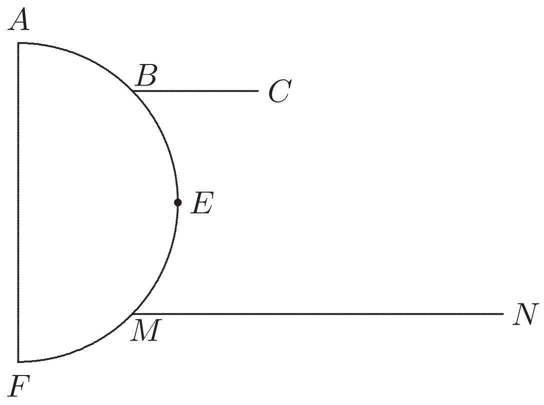
[*Fig. 1*]

Trianguli quaeritur area, seu summa omnium x. seu summa omnium AB. seu summa omnium BC. Hoc ut fiat necesse est ut in considerationem intret etiam finitam esse lineam ABD. trianguli altitudinem. Bisecetur in E. compleatur rectangulum $ADFG$, id est quadratum GA, quia supposui $AB \sqcap BC$. Producatur BCH dum ipsi FG occurrat in H. Eodem modo ducatur MNL, posito $DM \sqcap AB \sqcap GH$ erit $HC \sqcap MN$. et $BC \sqcap LN$. Ergo $BC + MN \sqcap GA$. et in quibuslibet aliis punctis binis simul semper fiet GA. Ergo

11 omnium | AC *ändert Hrsg.* | Hoc *L*   15 fiet | GH *ändert Hrsg.* | ergo *L*

10 Trianguli quaeritur area: Vgl. VII, 1 N. 36 S. 227 f. sowie VII, 3 N. 19 S. 246.

ubi ad E ventum erit, cessabitur, et fiet rectang. $GAE \sqcap$ Triangulo ADF.



[*Fig. 2*]

Haec et cycloeidi et infinitis aliis idgenus applicari possunt si AB arcus $\sqcap$ applicatae BC, et sit infra portio priori aequalis, et similis $FME \sqcap ABE$ et $MN \sqcap$ arcui AEM erit rursus $MN + BC \sqcap$ curvae Totae.

---

3 cycloeidi: Vgl. H. Fabri, *Synopsis geometrica*, 1669, S. 382 f. und die zugehörige Figur 24 auf Tafel 3 [Marg.] (Vermerk in VII, 4 N. 1 S. 21) sowie VII, 5 N. 74.

14. CALCULUS PER DIVISIONES
29. Oktober 1675

Überlieferung: *L* Konzept: LH 35 IV 13 Bl. 19. Ca. $\frac{1}{3}$ Bl. 2°. 1 S.
Cc 2, Nr. 1093

29. Octob. 1675.

C a l c u l u s p e r d i v i s i o n e s l o c o m u l t i p l i c a t i o n u m $\frac{a}{\frac{b}{c}}$ l o c o $\frac{ac}{b}$

Observatio venit in mentem, qua possint omnia reduci ad meros terminos simplices continuarum divisionum, cum contra reducere soleamus omnia ad terminos continuarum multiplicationum.

Sit: $\frac{\frac{a}{b}}{c}+\frac{\frac{d}{e}}{f}+\frac{\frac{g}{h}}{l} \sqcap x$. Reducamus. Multiplicentur omnes termini per cfl. fiet: $\frac{afl}{b}+\frac{cdl}{e}+\frac{cgl}{h} \sqcap cflx$.

Rursus multiplicetur producta aequatio per beh. fiet: $aeflh+bcdhl+bcegl \sqcap bcefhlx$. Prior autem expressio aptior ad constructiones lineares.

Sed video id ineptum esse, si hoc modo explicetur, in $\frac{\frac{a}{b}}{c}$. ipsam c. dividere ipsam $\frac{a}{b}$. Tunc enim $\frac{\frac{a}{b}}{c} \sqcap \frac{a}{bc}$. Itaque sic explicabimus quasi esset: $\frac{a}{\frac{b}{c}}$. Nam et continuari posset hoc modo $\left(\frac{a}{\frac{b}{\frac{c}{d}}}\right.$. Sed sufficiet nos uti his tribus, nam in rei veritate $\frac{a}{\frac{b}{c}} \sqcap \frac{ca}{b}$. et vero statim

6 C a l c u l u s ... l o c o $\frac{\mathrm{ac}}{\mathrm{b}}$ *erg. L* 10 Sit: *(1)* $\frac{\frac{\mathrm{b}}{\mathrm{c}}}{\mathrm{d}}+\frac{\mathrm{e}}{\mathrm{f}}$ *(2)* | $\frac{\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}}}{\mathrm{c}}+\frac{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{e}}}{\mathrm{f}}+\frac{\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{h}}}{\mathrm{l}}$ *ändert Hrsg.* | $\sqcap$ x *L* 10 per | dfl. *ändert Hrsg.* | fiet *L* 13 prior ... lineares *erg. L*

11 $+\frac{cgl}{h}$: Richtig wäre $+\frac{cfg}{h}$ und in der folgenden Zeile $+bcefg$ statt $+bcegl$. Das Versehen wirkt sich nicht weiter aus.

reduci potest ut $\dfrac{a}{\dfrac{b}{\dfrac{c}{d}}}$ idem est quod $\dfrac{ac}{bd}$. Interim hoc modo exprimendo evitaremus omnes multiplicationes, sive sic diceremus $\dfrac{a}{\dfrac{b}{c}}$ sive sic $\dfrac{\dfrac{a}{b}}{c}$. Quorum illud $\dfrac{ac}{b}$, hoc $\dfrac{a}{bc}$.

Verum jam hinc ostendit natura rerum non divisionem sed multiplicationem esse naturalionem et aptiorem, quia in ipsa nullae lineoleae necessariae ad exprimendam varietatem. Interim leges calculi hujusmodi tradi possent nempe si $\dfrac{ac}{b}$ velimus reducere ad meras divisones, non poterimus aliter quam scribendo sic: $\dfrac{a}{\dfrac{b}{c}}$. et $\dfrac{a}{bc}$ sic: $\dfrac{\dfrac{a}{b}}{c}$.

Sed videndum quid in compositis sive comprehensionibus, ut $b+c \frown b-c \sqcap a^2$. Tunc vero apparet incommoditas divisionis fiet enim $b+c \sqcap \dfrac{a^2}{b-c}$. Sed non potest $\dfrac{a^2}{b-c}$ reduci ad terminos simplices, nisi infinitos; nec potest fieri nominator simplex, quemadmodum numerator.

3 f. esse *(1)* rectam, qvia *(2)* naturaliorem | et *erg. Hrsg.* | aptiorem *L*